

با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!



کنکور

آزمون های آزمایشی

گام به گام

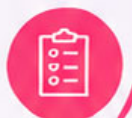
جزوه و نمونه سوال



ایران توشه

توشه ای برای موفقیت

ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها



دانلود رایگان آزمون های آزمایشی
قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...



دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس



دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی
(نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی



دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی
و شب امتحانی

همه چیز
برای موفقیت
تو!

Google

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه

کافیست هر فایلی که نیاز دارید
را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir



t.me/irantooshe





گام به گام ریاضی هشتم

فصل هفتم

عنوان فصل: توان و جذر

از صفحه‌ی ۱۰۹ تا صفحه‌ی ۱۱۴ کتاب

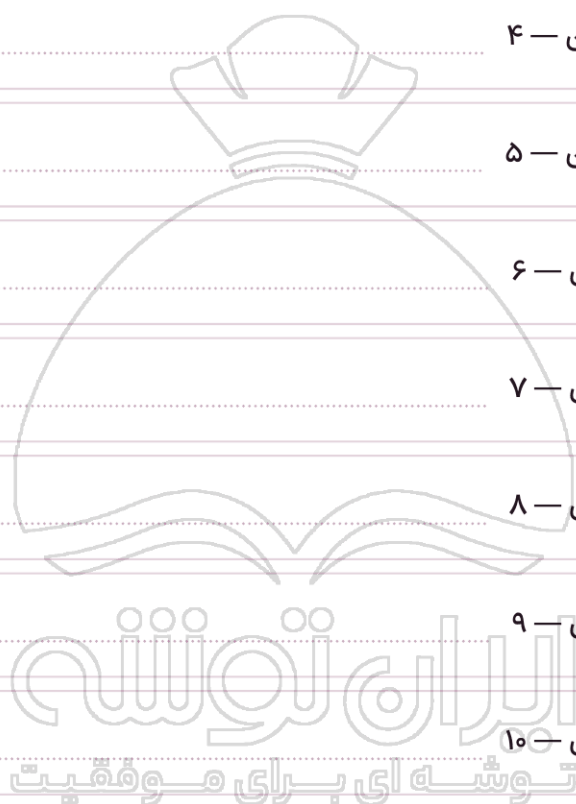
در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل توان و جذر آمده است.
مباحث فصل: توان، اعداد رادیکالی

تهیه شده در ایران توشه، توشه‌ای برای موفقیت

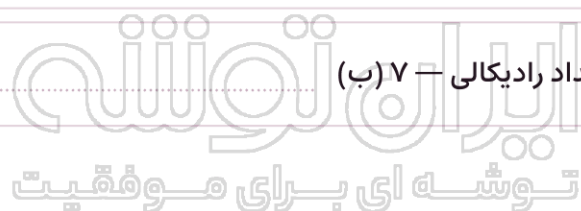
irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱	صفحه ۱۱۰ تمرین — توان — ۱	۵
۲	صفحه ۱۱۰ تمرین — توان — ۲	۵
۳	صفحه ۱۱۰ تمرین — توان — ۳	۶
۴	صفحه ۱۱۰ تمرین — توان — ۴	۷
۵	صفحه ۱۱۰ تمرین — توان — ۵	۸
۶	صفحه ۱۱۱ تمرین — توان — ۶	۸
۷	صفحه ۱۱۱ تمرین — توان — ۷	۹
۸	صفحه ۱۱۱ تمرین — توان — ۸	۹
۹	صفحه ۱۱۱ تمرین — توان — ۹	۱۰
۱۰	صفحه ۱۱۱ تمرین — توان — ۱۰	۱۰



۱۱	صفحه ۱۱۱ . تمرین — توان — ۱۱	۱۱
۱۲	صفحه ۱۱۱ . تمرین — توان — ۱۲	۱۲
۱۳	صفحه ۱۱۱ . تمرین — توان — ۱۳	۱۳
۱۳	صفحه ۱۱۲ . تمرین — اعداد رادیکالی — ۱	۱۴
۱۴	صفحه ۱۱۲ . تمرین — اعداد رادیکالی — ۲	۱۵
۱۵	صفحه ۱۱۲ . تمرین — اعداد رادیکالی — ۳	۱۶
۱۶	صفحه ۱۱۲ . تمرین — اعداد رادیکالی — ۴	۱۷
۱۶	صفحه ۱۱۲ . تمرین — اعداد رادیکالی — ۵	۱۸
۱۷	صفحه ۱۱۳ . تمرین — اعداد رادیکالی — ۶	۱۹
۱۷	صفحه ۱۱۳ . تمرین — اعداد رادیکالی — ۷ (الف)	۲۰
۱۸	صفحه ۱۱۳ . تمرین — اعداد رادیکالی — ۷ (ب)	۲۱



۱. الف) عدد 4^4 را به چه توانی برسانیم که حاصل 8^8 شود؟

ب) عدد 9^9 را به چه توانی برسانیم تا به عدد 27^{12} برسیم؟

از ویژگی‌های توان استفاده می‌کنیم: $(a^m)^n = a^{m \times n}$ و دو عدد توان‌دار با پایه‌ی یکسان وقتی برابرند که توان‌هایشان برابر باشد.

الف) هر دو عدد را بر پایه‌ی ۲ می‌نویسیم: $4^4 = (2^2)^4 = 2^8$ و $8^8 = (2^3)^8 = 2^{24}$. اگر توان مجهول را k بنامیم، $(2^8)^k = 2^{8k} = 2^{24}$ ؛ پس $8k = 24$ و $k = 3$.

راستی‌آزمایی: $(4^4)^3 = 4^{12} = (2^2)^{12} = 2^{24} = 8^8$.

ب) $9^9 = (3^2)^9 = 3^{18}$ و $27^{12} = (3^3)^{12} = 3^{36}$. اگر توان مجهول k باشد، $(3^{18})^k = 3^{18k} = 3^{36}$ پس $18k = 36$ و $k = 2$.

راستی‌آزمایی: $(9^9)^2 = 9^{18} = (3^2)^{18} = 3^{36} = 27^{12}$.

پاسخ: الف) به توان ۳؛ ب) به توان ۲.

۲. حاصل عبارات زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

الف) $(3^4)^2 \times (5^2)^4 \times 15^4$

ب) $\frac{3^3 \times 8^3 \times 2^4}{6^3 \times 4^3}$

ج) $\frac{(1/4)^3 \times (5/2)^3 \times 7^3}{(2/8)^6}$

د) $\frac{2^2 \times 4^7 \times 6^3 \times 3^2 \times 8^5}{16^{12}}$

ه) $\frac{3^8 \times 2^6 \times 11^7}{13^{12} \times 4^7 \times 19^2}$

و) $\frac{3^2 \times 8^4 \times 2^4}{6^2 \times 4^5}$

ز) $(3^5 + 3^5 + 3^5)(3^{11} + 3^{11} + 3^{11})$

ویژگی‌های توان که به کار می‌بریم: $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ، $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ، $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ ، $(a^m)^n = a^{mn}$ و

الف) $(3^4)^2 = 3^8$ و $(5^2)^4 = 5^8$ ؛ پس $3^8 \times 5^8 = (3 \times 5)^8 = 15^8$. حالا $15^4 \times 15^4 = 15^8$. پاسخ: 15^{12}

ب) $3^3 \times 8^3 = (3 \times 8)^3 = 24^3$ و $6^3 \times 4^3 = (6 \times 4)^3 = 24^3$. پس عبارت می‌شود

پاسخ: $\frac{24^3 \times 24^3}{24^3} = \frac{24^6}{24^3} = 24^3$

(ج) (ممیز در کتاب با «/» نوشته شده است؛ یعنی $1/4$ همان $1/4$ و $2/8$ همان $2/8$ است.)
 صورت: $(1/4 \times 2/8 \times 7)^3 = (1/4)^3 \times (2/8)^3 \times 7^3$. چون $2/8 \times 7 = 1/4$ ، داریم $(1/4)^2 = 1/4 \times 1/4$ و
 صورت می‌شود $(1/4)^6 = ((1/4)^2)^3$. پس کسر برابر است با $(1/4)^6 = (2/8)^6$. چون $1/4 \times 2 = 2/8$ ،
 خارج قسمت $\frac{1/4}{2/8} = \frac{1}{2}$ است. پاسخ: $(\frac{1}{2})^6$ (یعنی $\frac{1}{64}$).

(د) همه‌ی عددها را بر حسب عامل‌های اول ۲ و ۳ می‌نویسیم: $16 = 2^4$ ، $8 = 2^3$ ، $6 = 2 \times 3$ ، $48 = 2^4 \times 3$. پس $16^{12} = 2^{48}$ ، $8^5 = 2^{15}$ ، $6^3 = 2^3 \times 3^3$ ، $48^7 = 2^{28} \times 3^7$.

توان ۲ در صورت: $48 = 2 + 28 + 3 + 15 = 48$ و توان ۳ در صورت: $7 + 3 + 2 = 12$. پس عبارت $\frac{2^{48} \times 3^{12}}{2^{48}} = 3^{12}$ می‌شود. پاسخ: 3^{12} .

(ه) $38 = 2 \times 19$ ، $26 = 2 \times 13$ ، $44 = 2^2 \times 11$. پس صورت:

$11^7 \times 19^2 \times 13^5 \times 11^7 = 2^7 \times 13^5 \times 11^7$ و $2^2 \times 19^2 \times 2^5 \times 13^5 \times 11^7 \times 19^2 \times 11^7$. عامل‌های 19^2 و 11^7 ساده می‌شوند و $\frac{2^7 \times 13^5}{2^{14} \times 13^{12}} = \frac{1}{2^7 \times 13^7} = \frac{1}{2^7 \times 13^7}$. پاسخ: $(\frac{1}{26})^7$.

(و) $8^4 = 2^{12}$ ، $4^5 = 2^{10}$ و $6^2 = 2^2 \times 3^2$. پس $\frac{3^2 \times 8^4}{6^2 \times 4^5} = \frac{3^2 \times 2^{12}}{2^2 \times 3^2 \times 2^{10}} = \frac{2^{12}}{2^{12}} = 1$. عبارت برابر $1 \times 2^{12} = 2^{12}$ می‌شود. پاسخ: 2^{12} .

(ز) $3^6 = 3 \times 3^5 = 3^5 + 3^5 + 3^5$ و $3^{12} = 3 \times 3^{11} = 3^{11} + 3^{11} + 3^{11}$. پس $3^6 \times 3^{12} = 3^{18}$. پاسخ: 3^{18} .

تمرین

صفحه ۱۱۰

۳

۳. هر یک از اعداد زیر را به صورت تجزیه شده به عوامل اول بنویسید.

(الف) $(2^2 \times 3)^4 \times 15^5$

(ب) $(18^{19} \times 19^{18})^3 \times 38^6$

(ج) $(12^3 \times 14^4)^5 \times (21^2)^3$

ایران توئشه
توشه ای برای موفقیت

هر پایه را به عامل‌های اول تجزیه می‌کنیم و از $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ ، $(a^m)^n = a^{mn}$ و $a^m \times a^n = a^{m+n}$ استفاده می‌کنیم.

(الف) $(2^2 \times 3)^4 = 2^8 \times 3^4$ و $15^5 = 3^5 \times 5^5$. حاصل ضرب: $2^8 \times 3^4 \times 3^5 \times 5^5 = 2^8 \times 3^9 \times 5^5$. پاسخ:

(ب) $18 = 2 \times 3^2$ پس $18^{19} = 2^{19} \times 3^{38}$. عدد ۱۹ اول است. داخل پرانتز: $2^{19} \times 3^{38} \times 19^{18}$ و به توان ۳: $2^{57} \times 3^{114} \times 19^{54}$. همچنین $38 = 2 \times 19$ پس $38^6 = 2^6 \times 19^6$. حاصل ضرب: $2^{57+6} \times 3^{114} \times 19^{54+6}$. پاسخ: $2^{63} \times 3^{114} \times 19^{60}$.

ج) $12^3 = (2^2 \times 3)^3 = 2^6 \times 3^3$ و $14^4 = (2 \times 7)^4 = 2^4 \times 7^4$ ضرب: $2^{10} \times 3^3 \times 7^4$ و به توان ۵:
 $2^{50} \times 3^{15} \times 7^{20}$ همچنین $21 = 3 \times 7$ پس $21^6 = 3^6 \times 7^6$ حاصل ضرب:
 $2^{50} \times 3^{21} \times 7^{26}$ پاسخ: $2^{50} \times 3^{15+6} \times 7^{20+6}$

تمرین

صفحه ۱۱۰

۴

۴. در هر یک از تساوی‌های زیر مقدار x و y را بیابید.

الف) $3^4 = 3 \times 3^x$

ب) $4^3 = 2^3 \times 2^x$

ج) $9^5 = 3^2 \times 81^y$

د) $18^6 = 3^6 \times 2^x \times 6^y$

ه) $24^5 = 2^x \times 3^y \times 12^3$

و) $12^8 = 3^4 \times x^y$

هر طرف را بر حسب عامل‌های اول می‌نویسیم. دو عدد توان‌دار با پایه‌ی یکسان برابرند، اگر توان‌هایشان برابر باشد.

الف) $3^4 = 3^{1+x}$ پس $3 = 1+x$ و $x = 2$

ب) $4^3 = (2^2)^3 = 2^6$ و $2^3 \times 2^x = 2^{3+x}$ پس $3 = 3+x$ و $x = 0$

ج) $9^5 = (3^2)^5 = 3^{10}$ و $81 = 3^4$ پس $3^2 \times 81^y = 3^2 \times 3^{4y} = 3^{2+4y}$ از $2 + 4y = 10$ نتیجه می‌شود $y = 2$.

د) $18^6 = (2 \times 3^2)^6 = 2^6 \times 3^{12}$ طرف راست: $3^6 \times 2^x \times 6^y = 3^6 \times 2^x \times 2^y \times 3^y = 2^{x+y} \times 3^{6+y}$ توان ۳ را برابر می‌گیریم: $6 + y = 12$ پس $y = 6$ ؛ توان ۲: $x + y = 6$ پس $x = 0$. پاسخ: $x = 0$ و $y = 6$ (راستی‌آزمایی: $18^6 = 3^6 \times 2^0 \times 6^6 = 3^6 \times 6^6 = 18^6$).

ه) $24^5 = (2^3 \times 3)^5 = 2^{15} \times 3^5$ و $12^3 = (2^2 \times 3)^3 = 2^6 \times 3^3$ پس طرف راست $2^{x+6} \times 3^{y+3}$ است. $x + 6 = 15 \Rightarrow x = 9$ و $y + 3 = 5 \Rightarrow y = 2$.

و) $12^8 = 2^{16} \times 3^8$ پس $X^y = \frac{2^{16} \times 3^8}{3^4} = 2^{16} \times 3^4$ این عدد را به صورت توانی با توان بزرگ می‌نویسیم: $2^{16} \times 3^4 = (2^4)^4 \times 3^4 = (2^4 \times 3)^4 = 48^4$ پس $x = 48$ و $y = 4$ (راستی‌آزمایی: $12^8 = (3^4 \times 48^4) = (3 \times 48)^4 = 144^4 = 12^8$). اگر x و y عددهای طبیعی باشند، جواب‌های دیگر این تساوی فقط $y = 1$ ، $x = 2^{16} \times 3^4 = 5308416$ و $y = 2$ ، $x = 2^8 \times 3^2 = 2304$ و ۲ و ۳ یعنی ۱۶ و ۴ بر آن بخش‌پذیر نیستند).

۵. داخل مربع علامت $\times$ یا $\div$ قرار دهید تا تساوی برقرار شود.

(الف) $18^5 = 18^3 \square 3^2 = 6^2$

(ب) $27^6 = 18^6 \square 2^6 \square 3^6$

(ج) $24^4 = 8 \times 24 \square 2^6 \square 27$

(د) $9^8 = 18^5 \square 3^2 \square 9^3$

عددها را به عامل‌های اول ۲ و ۳ تجزیه می‌کنیم. ضرب در یک عدد توان‌دار، توان عامل‌ها را اضافه و تقسیم، کم می‌کند.

(الف) $6^2 = 2^2 \times 3^2$ ، $18^3 = 2^3 \times 3^6$ ، $18^5 = 2^5 \times 3^{10}$. ضرب در 18^3 : $2^5 \times 3^8$ ؛ برای رسیدن به $2^5 \times 3^{10}$ باید در 3^2 ضرب کنیم. پاسخ: $6^2 \times 18^3 \times 3^2 = 18^5$ (هر دو علامت $\times$).

(ب) $18^6 = 2^6 \times 3^{12}$ و $27^6 = 3^{18}$. باید عامل 2^6 حذف شود (تقسیم بر 2^6) و توان ۳ از ۱۲ به ۱۸ برسد (ضرب در 3^6). پاسخ: $18^6 \div 2^6 \times 3^6 = 27^6$ (علامت اول $\div$ و دوم $\times$).

(ج) $24^4 = 2^{12} \times 3^4$ و $24^4 = 2^3 \times 3 \times 2^3 \times 3^3 = 2^6 \times 3$ و $8 \times 24 = 2^3 \times 2^3 \times 3$. تقسیم بر 2^6 می‌دهد $2^6 \times 3^4$ و تقسیم بر $27 = 3^3$ می‌دهد $2^6 \times 3$. پاسخ: $24^4 \div 2^6 \div 27 = 8 \times 24$ (هر دو علامت $\div$).

(د) $18^5 = 2^5 \times 3^{10}$ و $9^8 = 3^{16}$. هر چهار حالت ممکن را در نظر می‌گیریم: ضرب یا تقسیم بر 3^2 و $3^6 = 9^3$ فقط توان ۳ را تغییر می‌دهد و توان ۲ همیشه ۵ می‌ماند؛ ولی 9^8 اصلاً عامل ۲ ندارد. پس با هیچ ترکیبی از $\times$ و $\div$ این تساوی برقرار نمی‌شود.

نتیجه: برای قسمت «د» هیچ جایگذاری درستی وجود ندارد؛ به نظر می‌رسد صورت پرسش کتاب (مثلاً پایه‌ی ۱۸^۵) اشتباه چاپی دارد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۶. مقادیر زیر را بیابید.

(الف) $3333333 - 27 \times 11111^3$

(ب) $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{200} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{200}$

(الف) $3333333 = 3 \times 11111^3$ از $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ داریم $3333333 = 3^3 \times 11111^3 = 27 \times 11111^3$ پس $3333333 - 27 \times 11111^3 = 27 \times 11111^3 - 27 \times 11111^3 = 0$. پاسخ: ۰

ب) دو توان با توان یکسان 2^{100} داریم؛ از $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ استفاده می‌کنیم: $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \times \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{2^{100}}$.
داخل پرانتز با اتحاد $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$: $\frac{(\sqrt{5})^2 - 1^2}{4} = \frac{5-1}{4} = 1$ پس مقدار برابر $1^{2^{100}} = 1$ است. پاسخ:

۱

تمرین

صفحه ۱۱۱

۷

۷. اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد، آنگاه همهی جواب‌های معادله‌ی زیر را بیابید.

$$6^8 = 3^4 \times a^b$$

$6^8 = (2 \times 3)^8 = 2^8 \times 3^8$. دو طرف را بر 3^4 تقسیم می‌کنیم: $a^b = 2^8 \times 3^4 = 20736$.
چون a^b فقط عامل‌های اول ۲ و ۳ دارد، a نیز فقط این دو عامل را دارد: $|a| = 2^p \times 3^q$. آنگاه $a^b = 2^{pb} \times 3^{qb}$ و باید $pb = 8$ و $qb = 4$ باشد؛ پس b مقسوم‌علیه مشترک ۸ و ۴ است، یعنی b برابر ۱ یا ۲ یا ۴ است.

○ $b=1$: $q=4$, $p=8$ و $a = 20736$ ($2^8 \times 3^4 = 20736$)؛ (در این حالت a منفی نمی‌شود).
○ $b=2$: $q=2$, $p=4$ و $|a| = 2^4 \times 3^2 = 144$ پس $a = 144$ یا $a = -144$ (توان زوج، علامت منفی را حذف می‌کند).

○ $b=4$: $q=1$, $p=2$ و $|a| = 2^2 \times 3 = 12$ پس $a = 12$ یا $a = -12$.
برای b دیگر (مثلاً ۳ یا ۸) یکی از p یا q عدد صحیح نمی‌شود. پاسخ: (a, b) برابر است با $(1, 20736)$ ، $(1, 144)$ ، $(2, -144)$ ، $(2, 144)$ ، $(4, -12)$ و $(4, 12)$.

راستی‌آزمایی: $6^8 = 1679616 = 144^2 \times 3^4 = 12^4 \times 3^4 = 81 \times 20736 = 12^4 \times 3^4$.

توشه‌ای برای موفقیت

این فایل توسط سایت ایران توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir



تمرین

صفحه ۱۱۱

۸

۸. اگر m و n دو عدد طبیعی باشند و $m^n = 2^{20}$ ، آنگاه m و n چه اعدادی می‌توانند باشند؟

چون $m^n = 2^{20}$ ، تنها عامل اول m عدد ۲ است؛ پس $m = 2^k$ (عدد ۱ نیست، چون $1^n = 1$ می‌شود نه 2^{20}).
آنگاه $m^n = 2^{kn} = 2^{20}$ یعنی $n \times k = 20$ باید مقسوم‌علیه طبیعی ۲۰ باشد: ۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰.

$m = 2^k$	$k = 20 \div n$	n
۱۰۴۸۵۷۶	۲۰	۱
۱۰۲۴	۱۰	۲
۳۲	۵	۴
۱۶	۴	۵
۴	۲	۱۰
۲	۱	۲۰

پاسخ: (m, n) یکی از شش حالت $(20, 2)$ ، $(10, 4)$ ، $(5, 16)$ ، $(4, 32)$ ، $(2, 1024)$ و $(1, 1048576)$ است. مثلاً
 $32^4 = (2^5)^4 = 2^{20}$

تمرین

صفحه ۱۱۱

۹

۹. در هر یک از عبارت‌های زیر توان عدد ۲ را به دست آورید.

(الف) 2^{3^4} (ب) $(2^3)^4$ (ج) 2^{4^3} (د) $(2^4)^3$

توان‌های تودرتو را از بالا حساب می‌کنیم (a^{b^c} یعنی $a^{(b^c)}$) و برای $(a^m)^n$ از $a^{m \times n}$ استفاده می‌کنیم.

○ (الف) $3^4 = 81$ پس $2^{3^4} = 2^{81}$ ؛ توان ۲ برابر ۸۱ است.

○ (ب) $(2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12}$ ؛ توان ۲ برابر ۱۲ است.

○ (ج) $4^3 = 64$ پس $2^{4^3} = 2^{64}$ ؛ توان ۲ برابر ۶۴ است.

○ (د) $(2^4)^3 = 2^{4 \times 3} = 2^{12}$ ؛ توان ۲ برابر ۱۲ است.

پایگاه آموزشی
توشه ای برای موفقیت

تمرین

صفحه ۱۱۱

۱۰

۱۰. می‌دانیم x ، y و z سه عدد متفاوت هستند. اگر این سه عدد ۲، ۳، ۴ یا ۵ باشند، آنگاه بیشترین و کمترین

مقدار x^{y^z} و $(x^y)^z$ را به دست آورید.

(مقصود: هر یک از x ، y و z یکی از چهار عدد ۲، ۳، ۴، ۵ است و هیچ دو تایی برابر نیستند؛ بیشترین و کمترین مقدار هر یک از دو عبارت را جدا می‌یابیم.) برای پایه‌ی بزرگ‌تر از ۱، هرچه توان بزرگ‌تر باشد عدد بزرگ‌تر است. پس برای هر x ابتدا بیشترین و کمترین توان را می‌یابیم و بعد حالت‌های مختلف x را مقایسه می‌کنیم.

(۱) عبارت x^{y^z} . مقدار y^z را برای هر x از بین سه عدد دیگر حساب می‌کنیم:

x	y^z مقدارهای	بیشترین	کمترین
۲	$۳^۴ = ۸۱, ۳^۵ = ۲۴۳, ۴^۳ = ۶۴, ۴^۵ = ۱۰۲۴, ۵^۳ = ۱۲۵, ۵^۴ = ۶۲۵$	$۲^{۱۰۲۴}$	$۲^{۶۴}$
۳	$۲^۴ = ۱۶, ۲^۵ = ۳۲, ۴^۲ = ۱۶, ۴^۵ = ۱۰۲۴, ۵^۲ = ۲۵, ۵^۴ = ۶۲۵$	$۳^{۱۰۲۴}$	$۳^{۱۶}$
۴	$۲^۳ = ۸, ۲^۵ = ۳۲, ۳^۲ = ۹, ۳^۵ = ۲۴۳, ۵^۲ = ۲۵, ۵^۳ = ۱۲۵$	$۴^{۲۴۳}$	$۴^۸$
۵	$۲^۳ = ۸, ۲^۴ = ۱۶, ۳^۲ = ۹, ۳^۴ = ۸۱, ۴^۲ = ۱۶, ۴^۳ = ۶۴$	$۵^{۸۱}$	$۵^۸$

مقایسه‌ی بیشترین‌ها: $۳^{۱۰۲۴} > ۲^{۱۰۲۴}$ (توان یکسان، پایه‌ی بزرگ‌تر)؛ $۴^{۲۴۳} = ۲^{۴۸۶} > ۲^{۱۰۲۴}$ (چون $۴^{۲۴۳} = (۲^۲)^{۲۴۳} = ۲^{۴۸۶}$)؛ و $۲^{۲۴۳} < ۲^{۴۸۶} = ۴^{۲۴۳} < ۲^{۴۸۶}$ پس بزرگ‌ترین مقدار $۳^{۱۰۲۴}$ است و به ازای $x = ۳, y = ۴, z = ۵$ یعنی $۳^{۴۵}$ به دست می‌آید.

مقایسه‌ی کمترین‌ها: $۴^۸ = ۲^{۱۶} = ۶۵۵۳۶$ و $۵^۸ = ۳۹۰۶۲۵$ و $۳^{۱۶} = ۴۳۰۴۶۷۲۱$ و $۴^{۱۶} = ۴۳۰۴۶۷۲۱ > ۲^{۳۲} = ۴^{۱۶} > ۲^{۶۴}$ کوچک‌ترین مقدار $۴^۸ = ۶۵۵۳۶$ است و به ازای $x = ۴, y = ۲, z = ۳$ یعنی $۴^{۲۳}$ به دست می‌آید.

(۲) عبارت $(x^y)^z$: چون $(x^y)^z = x^{y \times z}$ ، برای هر x از بین ضرب‌های دو عدد از سه عدد دیگر، بیشترین و کمترین را می‌یابیم:

x	$y \times z$ ضرب‌های	بیشترین	کمترین
۲	۲۰، ۱۵، ۱۲	$۲^{۲۰} = ۱۰۴۸۵۷۶$	$۲^{۱۲} = ۴۰۹۶$
۳	۲۰، ۱۰، ۸	$۳^{۲۰} = ۳۴۸۶۷۸۴۴۰۱$	$۳^۸ = ۶۵۶۱$
۴	۱۵، ۱۰، ۶	$۴^{۱۵} = ۱۰۷۳۷۴۱۸۲۴$	$۴^۶ = ۴۰۹۶$
۵	۱۲، ۸، ۶	$۵^{۱۲} = ۲۴۴۱۴۰۶۲۵$	$۵^۶ = ۱۵۶۲۵$

بیشترین: $۳^{۲۰} = ۳۴۸۶۷۸۴۴۰۱$ که از بقیه‌ی بیشترین‌ها بزرگ‌تر است؛ کمترین: ۴۰۹۶ که هم با $x = ۲$) $(۲^۳)^۴$ یا $(۲^۴)^۳$) و هم با $x = ۴$) $(۴^۲)^۳$ یا $(۴^۳)^۲$) به دست می‌آید.
پاسخ: برای x^y : بیشترین $۳^{۱۰۲۴} = ۳^{۴۵}$ ، کمترین $۴^۸ = ۴^{۲۳}$. برای $(x^y)^z$: بیشترین $۳^{۲۰} = ۳۴۸۶۷۸۴۴۰۱$ ، کمترین ۴۰۹۶ .

عدد داده شده یعنی $۲^{۳۴۵}$ که چهار عدد ۲، ۳، ۴ و ۵ را به همین ترتیب با سه عمل توان به هم وصل می کند: $۲^{۳^{۴^۵}}$. پرانتزگذاری یعنی تعیین اینکه کدام توان ها اول حساب شوند. برای چهار عدد دقیقاً ۵ پرانتزگذاری متفاوت وجود دارد:

پرانتزگذاری	مقدار (به صورت توانی از ۲)
$۲^{(۳^{۴^۵})}$ (خود عدد داده شده)	$۲^{۳^{۱۰۲۴}}$
$۲^{((۳^۴)^۵)}$	$۲^{(۳^۴)^۵} = ۲^{۳^{۲۰}}$
$(۲^۳)^{(۴^۵)}$	$۲^{۳ \times ۱۰۲۴} = ۲^{۳۰۷۲}$
$((۲^۳)^۴)^۵$	$۲^{۳ \times ۴ \times ۵} = ۲^{۶۰}$
$(۲^{(۳^۴)})^۵$	$۲^{۸۱ \times ۵} = ۲^{۴۰۵}$

توان های ۲ در پنج حالت برابرند با $۳^{۱۰۲۴}$ ، $۳^{۲۰}$ ، $۳^{۳۰۷۲}$ ، ۶۰ ، ۴۰۵ که همگی متفاوت اند؛ پس ۵ عدد متفاوت به دست می آید. **پاسخ:** ۵ عدد (با احتساب خود عدد داده شده).

تمرین

صفحه ۱۱۱

۱۲

۱۲. بزرگ ترین عدد طبیعی n را بیابید به گونه ای که:

$$۵^{۳^{۱۰۰}} < n^{۲^{۱۰۰}}$$

هر دو طرف را به صورت توان ۱۰۰ می نویسیم: $n^{۲^{۱۰۰}} = (n^۲)^{۱۰۰}$ و $۵^{۳^{۱۰۰}} = (۵^۳)^{۱۰۰} = ۱۲۵^{۱۰۰}$.

برای عددهای مثبت، از $A^{۱۰۰} < B^{۱۰۰}$ نتیجه می شود $A < B$ (و برعکس). پس باید $n^۲ < ۱۲۵$ باشد.

$۱۲۵ < ۱۲۱ < ۱۱^۲$ ولی $۱۲۵ < ۱۴۴ = ۱۲^۲$. بنابراین بزرگ ترین n برابر ۱۱ است. **پاسخ:** $n = ۱۱$

راستی آزمایی: $۵^{۳^{۱۰۰}} = ۱۲۵^{۱۰۰} < ۱۲۱^{۱۰۰} = ۱۱^{۲۰۰}$ و $۱۲۵^{۱۰۰} > ۱۴۴^{۱۰۰} = ۱۲^{۲۰۰}$.

این فایل توسط سایت ایران توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir



۱۳. در یک مربع، وسط‌های ضلع‌های روبه‌رو را به هم وصل می‌کنیم. در مرحله‌ی بعد همین کار را برای هر یک از مربع‌های حاصل انجام می‌دهیم. اگر این کار را شش مرحله انجام دهیم، تعداد کل مربع‌ها چند تا می‌شود؟

با وصل کردن وسط‌های ضلع‌های روبه‌رو، مربع به ۴ مربع برابر تقسیم می‌شود. در هر مرحله هر مربع به ۴ مربع تبدیل می‌شود؛ یعنی تعداد مربع‌ها در هر مرحله ۴ برابر می‌شود.

مرحله	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تعداد مربع‌ها	۴	$۴ \times ۴ = ۴^۲$	$۴^۳$	$۴^۴$	$۴^۵$	$۴^۶$

در مرحله‌ی ششم تعداد مربع‌ها $۴^۶ = ۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴ = ۴۰۹۶$ است. پاسخ: ۴۰۹۶ مربع (که همان $۲^{۱۲} = ۴^۶$ است).

توضیح: در این پاسخ، مربع‌های کوچک مرحله‌ی ششم شمرده شده است. اگر مربع‌های همه‌ی مرحله‌ها (و مربع اولیه) را با هم بشماریم، مجموع $۱ + ۴ + ۴^۲ + ۴^۳ + ۴^۴ + ۴^۵ + ۴^۶ = ۵۴۶۱$ می‌شود.

۱. مجید برای نمایش عدد $\sqrt{۷}$ روی محور از تساوی $۴^۲ = (\sqrt{۷})^۲ + ۳^۲$ استفاده کرد. مهرداد برای نمایش عدد $\sqrt{۷}$ روی محور اعداد از تساوی $(\sqrt{۷})^۲ = (\sqrt{۳})^۲ + ۲^۲$ استفاده کرد. روش مجید و روش مهرداد را با استفاده از محور اعداد شرح دهید.

هر دو روش بر قضیه‌ی فیثاغورس تکیه دارند: در مثلث قائم‌الزاویه، مربع وتر برابر مجموع مربع‌های دو ضلع قائمه است، و با پرگار می‌توان طول هر ضلع را روی محور اعداد جدا کرد. نقطه‌ی صفر را O می‌نامیم.

روش مجید: $۴^۲ = (\sqrt{۷})^۲ + ۳^۲$ یعنی مثلث قائم‌الزاویه‌ای با ضلع‌های قائمه‌ی $\sqrt{۷}$ و ۳ و وتر ۴.

۱. در نقطه‌ی O خطی عمود بر محور رسم می‌کنیم و روی آن نقطه‌ی P را به فاصله‌ی ۳ از O (با همان واحد محور) علامت می‌زنیم.

۲. پرگار را به اندازه‌ی ۴ (فاصله‌ی O تا ۴ روی محور) باز می‌کنیم، نوک آن را روی P می‌گذاریم و کمانی می‌زنیم تا محور را در نقطه‌ی Q (سمت راست) قطع کند.

۳. مثلث OPQ در O قائمه است، $OP = ۳$ و $PQ = ۴$ (وتر). پس $۷ = ۱۶ - ۹ = ۴^۲ - ۳^۲ = OQ^۲$ و $OQ = \sqrt{۷}$. نقطه‌ی Q همان $\sqrt{۷}$ (حدود ۲٫۶۵) است؛ تقاطع سمت چپ کمان، $-\sqrt{۷}$ را نشان می‌دهد.

روش مهرداد: $(\sqrt{7})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2^2$ یعنی مثلث قائم الزاویه‌ای با ضلع‌های قائمه‌ی $\sqrt{3}$ و ۲ و وتر $\sqrt{7}$. این روش مرحله‌ای است و ابتدا باید $\sqrt{3}$ را روی محور داشته باشیم.

۱. نمایش $\sqrt{3}$: در O عمودی رسم می‌کنیم و نقطه‌ی P' را به فاصله‌ی ۱ از O علامت می‌زنیم؛ پرگار را به اندازه‌ی ۲ باز می‌کنیم و با مرکز P' محور را قطع می‌کنیم؛ چون $2^2 - 1^2 = 3$ ، محل برخورد $\sqrt{3}$ است (نقطه‌ی D، حدود ۱٫۷۳).

۲. در نقطه‌ی D خطی عمود بر محور رسم می‌کنیم و نقطه‌ی E را به فاصله‌ی ۲ از D روی آن علامت می‌زنیم.

۳. مثلث ODE در D قائمه است؛ پس $OE^2 = (\sqrt{3})^2 + 2^2 = 3 + 4 = 7$ و $OE = \sqrt{7}$.

۴. با مرکز O و شعاع OE کمانی می‌زنیم تا محور را در $\sqrt{7}$ قطع کند.

نتیجه: در روش مجید یک مرحله‌ی رسم کافی است و ضلع دیگر عددی صحیح (۳) است؛ در روش مهرداد از $\sqrt{3}$ که پیش‌تر روی محور ساخته شده کمک می‌گیریم. هر دو روش $\sqrt{7}$ را در یک نقطه‌ی مشخص روی محور (حدود ۲٫۶۵) نشان می‌دهند.

تمرین

صفحه ۱۱۲

۱۵

۲. هر یک از اعداد زیر را روی محور اعداد نمایش دهید.

(الف) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (ب) $7 - 3\sqrt{2}$ (ج) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ (د) $-\sqrt{11} + \sqrt{3}$

از رسم‌های پایه‌ی روی محور استفاده می‌کنیم؛ اگر مثلث قائم الزاویه‌ای ضلع‌های قائمه‌ی a و b داشته باشد، وتر آن $\sqrt{a^2 + b^2}$ است و اگر وتر c و یک ضلع a باشد، ضلع دیگر $\sqrt{c^2 - a^2}$ است. طول‌ها را با پرگار روی محور جابه‌جا می‌کنیم.

(الف) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (حدود ۰٫۷۱): ابتدا $\sqrt{2}$ را رسم می‌کنیم؛ مثلث قائم الزاویه‌ی با ضلع‌های ۱ و ۱ در O (وتر $\sqrt{2}$) و کمانی به مرکز O و شعاع وتر تا محور را در $\sqrt{2}$ (حدود ۱٫۴۱) قطع می‌کند. سپس وسط پاره‌خط بین ۰ و $\sqrt{2}$ را با عمود منصف می‌یابیم؛ این وسط، نصف $\sqrt{2}$ یعنی $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است.

(ب) $7 - 3\sqrt{2}$ (حدود ۲٫۷۶): $\sqrt{2}$ را مثل بالا روی محور می‌سازیم؛ سپس طول $\sqrt{2}$ را سه بار پشت سر هم با پرگار از ۰ به سمت راست جدا می‌کنیم تا به نقطه‌ی $3\sqrt{2}$ (حدود ۴٫۲۴) برسیم. حالا طول ۰ تا $3\sqrt{2}$ را با پرگار برمی‌داریم، نوک پرگار را روی ۷ می‌گذاریم و به سمت چپ جدا می‌کنیم؛ نقطه‌ی به‌دست‌آمده $7 - 3\sqrt{2}$ است (بین ۲ و ۳).

ج) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ (حدود ۳٫۶۵): $\sqrt{2}$ را روی محور می‌سازیم. $\sqrt{5}$ را از مثلث قائم‌الزاویه‌ی با ضلع‌های ۱ و ۲ می‌سازیم (وتر $\sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ حدود ۲٫۲۴) و طول آن را با پرگار برمی‌داریم. نوک پرگار را روی نقطه‌ی $\sqrt{2}$ می‌گذاریم و به سمت راست به اندازه‌ی $\sqrt{5}$ می‌رویم؛ نقطه‌ی حاصل $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ است (بین ۳ و ۴).

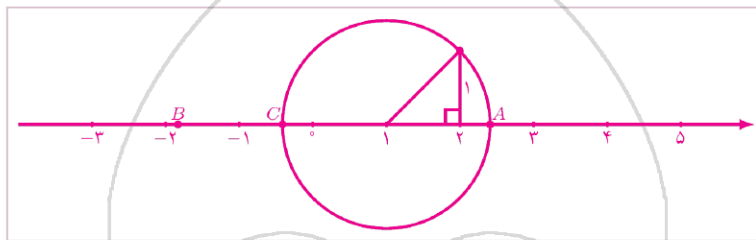
د) $\sqrt{3} - \sqrt{11}$ (حدود -۱٫۵۸): $\sqrt{3}$ (حدود ۱٫۷۳) را مثل روش مهرداد می‌سازیم. برای طول $\sqrt{11}$ (حدود ۳٫۳۲): چون $11 = 36 - 25 = 6^2 - 5^2$ ، در ۰ عمودی رسم می‌کنیم، روی آن نقطه‌ای به فاصله‌ی ۵ از ۰ می‌گذاریم و با پرگار باز شده به اندازه‌ی ۶ از آن نقطه کمانی می‌زنیم تا محور را در $\sqrt{11}$ قطع کند. حالا نوک پرگار را روی $\sqrt{3}$ می‌گذاریم و به اندازه‌ی $\sqrt{11}$ به سمت چپ می‌رویم؛ نقطه‌ی حاصل $\sqrt{3} - \sqrt{11}$ است (بین -۲ و -۱).

تمرین

صفحه ۱۱۲

۱۶

۳. در شکل زیر، $AB = 3\sqrt{2}$. نقطه‌های B و C چه اعدادی را نشان می‌دهند؟ طول پاره‌خط BC چقدر است؟



شعاع دایره: مرکز دایره روی عدد ۱ است. مثلث قائم‌الزاویه‌ی شکل دو ضلع قائمه‌ی ۱ دارد (از ۱ تا ۲ روی محور و ارتفاع ۱)؛ طبق قضیه‌ی فیثاغورس وتر، که شعاع دایره است، $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ می‌شود.

نقطه‌های A و C: دایره محور را در دو نقطه‌ی به فاصله‌ی $\sqrt{2}$ از ۱ قطع می‌کند: A سمت راست: $1 + \sqrt{2}$ (حدود ۲٫۴۱) و C سمت چپ: $1 - \sqrt{2}$ (حدود ۰٫۴۱). **C عدد $1 - \sqrt{2}$ را نشان می‌دهد.**

نقطه‌ی B: طبق شکل، B در سمت چپ A است و $AB = 3\sqrt{2}$. پس $B = A - 3\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 1 - 2\sqrt{2}$ (حدود -۱٫۸۳، کمی سمت راست -۲؛ مطابق شکل). **B عدد $1 - 2\sqrt{2}$ را نشان می‌دهد.**

طول BC: $BC = C - B = (1 - \sqrt{2}) - (1 - 2\sqrt{2}) = \sqrt{2}$. راه دیگر: AC قطر دایره و برابر $2\sqrt{2}$ است و C بین B و A قرار دارد، پس $BC = AB - AC = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$.

پاسخ: $B = 1 - 2\sqrt{2}$ ، $C = 1 - \sqrt{2}$ و $BC = \sqrt{2}$.

۴. اگر A و B دو نقطه روی محور اعداد باشند و طول پاره خط AB برابر $\sqrt{7} - \sqrt{2}$ و B متناظر با عدد $\sqrt{2} + 1$ باشد، A متناظر با چه اعدادی می تواند باشد؟

طول پاره خط AB فاصله ی دو نقطه است؛ پس A در سمت راست B یا در سمت چپ B و به فاصله ی $\sqrt{7} - \sqrt{2}$ از آن قرار دارد ($\sqrt{7} > \sqrt{2}$ و طول مثبت است).

○ سمت راست B: $A = (\sqrt{2} + 1) + (\sqrt{7} - \sqrt{2}) = 1 + \sqrt{7}$ (حدود ۳٫۶۵).

○ سمت چپ B: $A = (\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{7} - \sqrt{2}) = 1 + 2\sqrt{2} - \sqrt{7}$ (حدود ۱٫۱۸).

راستی آزمایی: فاصله ی هر دو عدد از $\sqrt{2} + 1$ برابر $\sqrt{7} - \sqrt{2}$ است. پاسخ: $A = 1 + \sqrt{7}$ یا $A = 1 + 2\sqrt{2} - \sqrt{7}$.

۵. روی محور زیر، اعداد ۱ و -۱ را مشخص کنید.



فاصله ی دو علامت متوالی روی این محور $\sqrt{2}$ است. پس عدد ۱ بین ۰ و $\sqrt{2}$ قرار دارد. چون $(\sqrt{2})^2 = 2 = 1^2 + 1^2$ ، مثلث قائم الزاویه ی متساوی الساقین با ضلع های قائمه ی ۱ وتری برابر $\sqrt{2}$ دارد. بنابراین پاره خط ۰ تا $\sqrt{2}$ را وتر چنین مثلثی می گیریم و ساق آن را رسم می کنیم:

۱. پاره خط بین ۰ و $\sqrt{2}$ را OP می نامیم.

۲. در O زاویه ی ۴۵ درجه و در P هم زاویه ی ۴۵ درجه (هر یک را با نیم ساز یک زاویه ی ۹۰ درجه) در یک سمت محور می سازیم تا ضلع های آن ها در نقطه ی T همدیگر را قطع کنند. مثلث OTP قائم الزاویه ی متساوی الساقین است ($OT = PT$).

۳. اگر $OT = PT = a$ ، فیثاغورس می دهد $a^2 + a^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$ پس $a^2 = 1$ و $a = 1$.

۴. پرگار را به اندازه ی OT (=۱) باز می کنیم، نوک را روی ۰ می گذاریم و روی محور هم به راست و هم به چپ جدا می کنیم؛ نقطه ی راست عدد ۱ و نقطه ی چپ عدد -۱ است.

پاسخ: عدد ۱ روی پاره خط بین ۰ و $\sqrt{2}$ قرار می گیرد (چون $1 < \sqrt{2}$)، در حدود ۷۱ درصد فاصله ی ۰ تا $\sqrt{2}$ ؛ و عدد -۱ قرینه ی آن نسبت به ۰ است و بین $-\sqrt{2}$ و ۰ قرار دارد.

۶. از نقطه ی ۲- روی محور اعداد ۳ واحد به طور عمودی بالا رفته ایم تا به نقطه ی A رسیده ایم. سپس نوک پرگار را روی نقطه ی ۱ گذاشته ایم و دایره ای رسم کرده ایم که از نقطه ی A می گذرد. اگر محل برخورد دایره با محور اعداد را B بنامیم و طول پاره خط BC برابر $2\sqrt{2}$ باشد، آنگاه نقطه ی C متناظر با چه اعدادی می تواند باشد؟

شعاع دایره: مرکز دایره M روی عدد ۱ است و A به اندازه ی ۳ واحد بالای ۲- است. از M تا پای عمود A روی محور (نقطه ی ۲-) فاصله ی افقی $3 - (-2) = 3$ و ارتفاع ۳ داریم. در مثلث قائم الزاویه ی حاصل، قضیه ی فیثاغورس می دهد $MA^2 = 3^2 + 3^2 = 18$ پس شعاع $MA = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ است.

نقطه ی B: دایره محور را در دو نقطه ی به فاصله ی $3\sqrt{2}$ از ۱ قطع می کند: $1 + 3\sqrt{2}$ (حدود ۵٫۲۴) و $1 - 3\sqrt{2}$ (حدود -۳٫۲۴).

نقطه ی C: $BC = 2\sqrt{2}$ یعنی C در سمت راست یا چپ B و به فاصله ی $2\sqrt{2}$ از آن است:

○ اگر $B = 1 + 3\sqrt{2}$: $C = 1 + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 1 + 5\sqrt{2}$ یا $C = 1 + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2}$.

○ اگر $B = 1 - 3\sqrt{2}$: $C = 1 - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$ یا $C = 1 - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 1 - 5\sqrt{2}$.

پاسخ: C می تواند یکی از چهار عدد $1 + \sqrt{2}$ ، $1 + 5\sqrt{2}$ ، $1 - \sqrt{2}$ و $1 - 5\sqrt{2}$ باشد. (اگر B فقط محل برخورد سمت راست دایره با محور باشد، فقط دو عدد اول ممکن است.)

۷. الف) هر جفت از اعداد زیر را مقایسه کنید.

• $\sqrt{6} + \sqrt{10}$ ، $\sqrt{5} + \sqrt{12}$

• $\sqrt{11} + \sqrt{12}$ ، $\sqrt{10} + \sqrt{13}$

هر دو عدد هر جفت مثبت اند؛ بنابراین بزرگ تر بودن آن ها با بزرگ تر بودن مربع هایشان هم ارز است. از اتحاد $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ و $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ استفاده می کنیم.

جفت اول: $(\sqrt{6} + \sqrt{10})^2 = 6 + 10 + 2\sqrt{60} = 16 + 2\sqrt{60}$ و

پاسخ: $(\sqrt{5} + \sqrt{12})^2 = 5 + 12 + 2\sqrt{60} = 17 + 2\sqrt{60}$ چون $17 > 16$ ، مربع دومی بزرگ تر است.

$\sqrt{6} + \sqrt{10} < \sqrt{5} + \sqrt{12}$

جفت دوم: $(\sqrt{11} + \sqrt{12})^2 = 11 + 12 + 2\sqrt{132} = 23 + 2\sqrt{132}$ و

$(\sqrt{10} + \sqrt{13})^2 = 10 + 13 + 2\sqrt{130} = 23 + 2\sqrt{130}$ چون $132 > 130$ پس $\sqrt{132} > \sqrt{130}$ و مربع

اولی بزرگ تر است. **پاسخ:** $\sqrt{11} + \sqrt{12} > \sqrt{10} + \sqrt{13}$

راستی آزمایی تقریبی: $\sqrt{6} + \sqrt{10} \approx 5,6118$ در برابر $\sqrt{5} + \sqrt{12} \approx 5,7002$ ؛ $\sqrt{11} + \sqrt{12} \approx 6,7807$ در برابر $\sqrt{10} + \sqrt{13} \approx 6,7678$.

تمرین

صفحه ۱۱۳

۲۱

ب) فرض کنید a, b, c و d چهار عدد طبیعی باشند و

$$0 < (\sqrt{a} + \sqrt{b}) - (\sqrt{c} + \sqrt{d}) < 0,1.$$

تمام مقادیر ممکن کوچکتر از 30° را برای این چهار عدد بیابید. برای به دست آوردن جوابها، می توانید از یکی از نرم افزارهای مناسبی که بر روی «www.webmath.ir» معرفی شده است، کمک بگیرید.

این پرسش جست و جوی رایانه ای می خواهد (خود کتاب نیز استفاده از نرم افزار را پیشنهاد کرده است). با

رایانه، 2727° چهارتایی با $a \leq b$ و $c \leq d$ کمتر از 30° یافتیم (فهرست کامل بلند است). چند نمونه ی

راستی آزمایی شده: $(3, 3, 2, 4)$ با تفاوت $2\sqrt{3} - \sqrt{2} - 2 \approx 0,499$ ؛ $(1, 5, 2, 3)$ که $(a, b, c, d) = (1, 5, 2, 3)$ که

تفاوت $\sqrt{1} + \sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{3} \approx 0,898$ و $(1, 6, 2, 4)$ که تفاوت

$\sqrt{1} + \sqrt{6} - \sqrt{2} - \sqrt{4} \approx 0,353$ می شود؛ هر دو بین 0 و $0,1$ هستند.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir



ایران توشه
توشه ای برای موفقیت